

PROGRAMME DE COLLES 04.

CHAPITRE 5 : APPLICATIONS LINÉAIRES ET CHAPITRE 6 : INTÉGRATION.

Tous les sujets de colles comportent

1. Une partie sur le cours (définitions, énoncés de résultats, preuves simples), notée sur 8 points.
2. Une partie d'exercices notée sur 12 points.

QUESTIONS DE COURS.

Chapitre 5.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
 - Les différentes caractérisations de la linéarité.
 - Le théorème du rang et ses conséquences.
 - Les résultats du cours sur les espaces vectoriels.
- Les preuves suivantes :
 - L'image du vecteur nul de E par une application linéaire $E \rightarrow F$ est le vecteur nul de F .
 - La composée d'applications linéaires est linéaire.
 - Le noyau d'une application linéaire est un sous-espace vectoriel.
 - L'image d'une application linéaire est un sous-espace vectoriel.
 - Le noyau est réduit au seul vecteur nul si et seulement si l'application est injective.

Chapitre 6.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
 - La fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a .
 - L'intégrale de Gauss et sa valeur.
 - Stratégie de comparaison série/intégrale (voir chapitre 2).
- Les preuves suivantes :
 - Démontrer les propriétés élémentaires des intégrales (inversion des bornes, relation de Chasles, linéarité de l'intégrale) en admettant l'existence d'une primitive.
 - Faire le calcul des intégrales de référence (intégrales de Riemann et exponentielles).
 - (*) Montrer que la valeur absolue de l'intégrale est inférieure à l'intégrale de la valeur absolue, en admettant que les sommes de Riemann d'une fonction continue convergent vers l'intégrale.
 - Démontrer la formule d'intégration par parties.

EXERCICES.

- Montrer qu'un sous-ensemble d'un espace vectoriel de référence est un sous-espace vectoriel. Trouver une base de ce sous-espace et sa dimension.
- Montrer qu'une application est linéaire.
- Résoudre des systèmes linéaires. En déduire la description du noyau et de l'image d'une application linéaire.
- Tous les exercices classiques du chapitre sur les espaces vectoriels.
- Utiliser les techniques de calcul matriciel de ECE 1.

- Utiliser les techniques de calcul pour les intégrales (primitives, intégration par parties, changement de variable).
- Utiliser les techniques sur les équivalents pour étudier la convergence d'une intégrale impropre.